

Застосування штучних нейронних мереж з радіально-базисними функціями до розв'язування початково-крайових задач

УДК 681.324

Валерій Трушевський

Львівський національний університет імені Івана Франка,
valeriy.trushevsky@lnu.edu.ua

Штучна нейронна мережа (ШНМ) побудована на основі радіально-базисних функцій (РБФ) є універсальним апроксиматором функцій та її можна ефективно застосовувати до розв'язування початково-крайових задач математичної фізики [2]. У загальному випадку початково-крайову задачу можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} L(u) &= f, \quad u = u(x, t), \quad (t, x) \in \Omega \subset R^n; \\ B_i(u)|_{\Gamma_i} &= b_i, \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad \partial\Omega = \Gamma = \bigcup_i \Gamma_i, \end{aligned} \quad (1)$$

де n – розмірність простору задачі; L, B_i – диференціальні оператори.

Розв'язок задачі (3) шукається у вигляді

$$u(t, x) = \sum_{i=1}^m w_i \varphi_i(t, x), \quad (2)$$

де φ_i – радіальні базисні функції, w_i – вагові коефіцієнти мережі.

Схематично структуру нейронної мережі на основі РБФ зображено на рис. 1

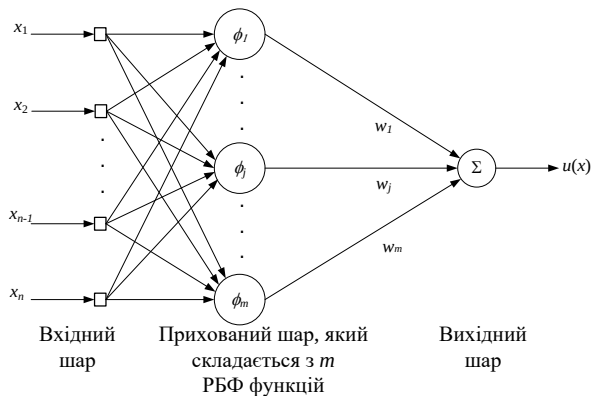


Рис.1. Структура нейронної мережі на основі РБФ

Кожен i -й нейрон РБФ-мережі виконує нелінійне перетворення, яке характеризують такі параметри: $c_i = (c_{1i}, c_{2i})$ – центр та a_i – ширина. Для побудови мережі будемо використовувати РБФ типу Гауса (Gaussian).

$$\varphi_i(t, x) = \exp\left(-\frac{(t-c_{1i})^2 + (x-c_{2i})^2}{a_i^2}\right), \quad (3)$$

Навчання мережі зводиться до знаходження невідомих параметрів w_i , c_i , та a_i . за рахунок мінімізації функціоналу похибки:

$$E(u) = \int_{\Omega} |L(u) - f|^2 d\Omega + \sum_i \int_{\Gamma_i} \delta_i |B_i(u) - b_i|^2 d\Gamma \quad (4)$$

де $\delta_i > 0$ – штрафні множники, які відповідають за виконання крайових умов на відповідних частинах границі.

Для навчання мережі використовується градієнтний алгоритм [2] мінімізації функціонала E шляхом налаштування ваг w_i , центрів c_i та ширин a_i .

У даній роботі розглянуто ефективність застосування нейронної мережі на основі РБФ до розв’язування одновимірної задачі стоку мілкої води у кінематичному наближенні [1]. Застосовано різні методики навчання мережі: 1) навчальна вибірка не змінюється протягом навчання; 2) протягом процесу навчання відбувається додавання нових нейронів у вузли де функціонал похибки досягає максимального значення; 3) через задану кількість кроків проводиться зміна навчальної вибірки з метою забезпечення незалежності нейронної мережі від вхідних даних.

Отримані числові результати свідчать про ефективність застосування РБФ мереж до розв’язування нелінійних задач стоку мілкої води. Важливо відмітити, що при великих значеннях чисел Рейнольдса потоки та їх градієнти різко змінюються, в результаті чого отриманий розв’язок задачі за методом скінченних елементів втрачає свою стійкість та з’являються "паразитичні" осциляції [2]. Для їх усунення багатьма авторами запропоновані різні протипотокові схеми МСЕ. На противагу цьому нейронна мережа здатна врахувати тонкі прошарки області де розв’язки різко змінюються та результати не потребують згладжування.

Важливим моментом для реалізації алгоритмів навчання ШНМ є розпаралелення процесів обчислень. Розроблено програмне забезпечення на мові C++ з використанням відкритого стандарту OpenMP. Розпаралелення процесів відбувається на етапах обчислення часткових похідних функціоналу E (4) для кожного нейрона. Загальна кількість потоків обчислення дорівнює кількості ядер процесора. Обчислення похідних для кожної групи нейронів відбувається незалежно в окремому потоці. Такий підхід дає змогу значно зменшити час навчання мережі.

1. Венгерський П., Трушевський В. Застосування нейронної мережі до розв’язування задачі стоку мілкої води у кінематичному наближенні. Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики” (АРАМС-2019) 24 - 27 вересня 2019 року, Львів.– С. 206-208.
2. Трушевський В., Шинкаренко Г., Щербина Н. Метод скінченних елементів і штучні нейронні мережі: теоретичні аспекти та застосування: монографія. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка.–2014. – 396 с
3. Трушевський В., Шинкаренко Г. Розпаралелена апроксимація еліптичних крайових задач штучною нейромережею з радіально-базисними функціями. Вісник Університету.– 2014. – Вип. 22.– С. 108-117