

## Підвищення обчислювальної ефективності криптосистеми Рабіна у кільці гауссових цілих чисел

УДК 519.7

Андрій Алілуйко<sup>1</sup>*Західноукраїнський національний університет, <sup>1</sup>aliluyko82@gmail.com*

Криптосистема Рабіна є високоефективною завдяки швидкості шифрування та стійкості, що базується на складності факторизації та пошуку квадратного кореня за модулем. Проте її реалізація як у кільці цілих, так і гауссових чисел ( $A = a + bi, a, b \in \mathbb{Z}$ ) має недоліки: високу часову складність дешифрування через використання КТЗ (зокрема, пошук оберненого елемента) та обмеження у виборі параметрів (зокрема, вибір цілих чисел Блюма). Тому актуальним завданням є розробка нових підходів до реалізації системи в кільці гауссових чисел для оптимізації обчислювальних витрат.

Аналогічно до цілочисельної асиметричної криптографії, можна розглядати криптосистему Рабіна, коли повідомлення  $M$  та два прості числа  $P$  та  $Q$  є цілими комплексними числами. Число  $N = PQ$  виступає відкритим ключем, а  $P$  та  $Q$  – закритим. Шифрування відкритого повідомлення  $M$  відбувається за формулою  $C = M^2 \bmod N$ . При дешифруванні шифр тексту  $C$  вводяться додаткові допоміжні величини  $\mu$  та  $\nu$ :  $\mu = C \bmod P$ ,  $\nu = C \bmod Q$ . Для знаходження  $M$  необхідно знайти квадратні корені  $x$  та  $y$  за модулями  $P$  та  $Q$ :  $x^2 \bmod P = \mu$ ,  $y^2 \bmod Q = \nu$ .

У результаті утворюються чотири системи рівнянь ( $i=1,4$ ):

$$\begin{cases} M_i \bmod P = \pm x, \\ M_i \bmod Q = \pm y. \end{cases} \quad (1)$$

Один з розв'язків (1), пошук якого здійснюється на основі КТЗ, і буде шуканим відкритим повідомленням  $M$ .

Для уникнення ресурсомістких операцій пошуку оберненого елемента за комплексним модулем при застосуванні КТЗ запропоновано вибирати ключі  $P$  та  $Q$ , які утворюють досконалу або модифіковану досконалу форму [1].

Для спрощення знаходження комплексних коренів за комплексним модулем при дешифруванні розроблено алгоритм розв'язування конгруенції  $x^2 \equiv c \bmod \pi$ , в якій комплексний модуль має норму виду  $N(\pi) = 8k + 5, k \in \mathbb{Z}$ .

1. Aliluyko A., Kasianchuk M., Dziubanovska N., Netrobiak M. Construction of Perfect Form of Residue Number System for Gaussian Integers to Asymmetric Cryptosystems, *15th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT)*, Sibenik, Croatia, 2025, pp. 471-475.